EDHEC BUSINESS SCHOOL

CONCOURS EDHEC

CONCOURS PRÉ MASTER

SAMEDI 5 AVRIL 2025

ÉPREUVE D'ÉCONOMIE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Aucun document ou matériel électronique n'est autorisé.

Le sujet comporte 4 parties

Consignes

Essayez de répondre de manière aussi précise et concise que possible aux questions.
Encadrez vos résultats.

A l'issue de chaque composition écrite, tout candidat est tenu de remettre au surveillant une copie (même blanche, qui sera alors signée). Tout candidat sortant avant la fin des épreuves doit obligatoirement remettre le sujet en même temps que sa copie

PARTIE 1:

Lucas est lycéen, nourri et logé chez ses parents, avec pour seul revenu l'argent de poche qu'ils lui donnent, équivalent un montant annuel de 900€. Il consacre l'entièreté de ce revenu à sa consommation de places de cinéma (notée *X*) et de places de théâtre (notée *Y*). Ses préférences sont définies par la fonction d'utilité suivante:

$$U(X,Y) = X\,Y^2$$

Le prix d'une place de cinéma équivaut 10€, et le prix d'une place de théâtre est notée *P*.

On considère dans un premier temps que Lucas peut acheter autant de places de cinéma et de théâtre qu'il le souhaite durant l'année (absence de rationnement).

1.1 Donner l'équation de la courbe d'indifférence pour un niveau d'utilité égal à 10 000, puis l'équation de la droite de budget.

1.2 Déterminer le nombre de places de cinéma et de théâtre achetées par Lucas.

1.3 Calculer l'élasticité-prix directe et l'élasticité-prix croisée des demandes de places par rapport à *P*.

1.4. En représentant les courbes d'indifférence et la droite de budget dans le plan (*X*,*Y*) illustrer graphiquement la solution (nombre de places achetées) pour *P* = 40 et *P* = 60.

1.5 Que valent les taux marginaux de substitution pour les niveaux de consommation correspondant à ces deux optimums ?

On considère à présent qu'il peut exister un rationnement. En raison d'une forte demande, le nombre de places de théatre que Lucas peut acheter pour l'année est au maximum égal à 12.

1.6. Représenter précisément son ensemble budgétaire dans le plan (*X,Y*) pour un prix *P* quelconque.

1.7. Recalculer le nombre de places de cinéma et de places de théâtre achetées par Lucas si *P* = 40 et si *P* = 60.

1.8 Représenter la solution dans le plan (*X,Y*) lorsque *P* = 40 et lorsque *P* = 60.

PARTIE 2:

La fonction d'utilité de Chloé est définie sur sa consommation présente (période 1), notée *X*, et sa consommation future (période 2), notée *Y*, par la relation suivante :

$$U(X,Y) = X^{\alpha}\, Y^{1-\alpha}$$

avec $\alpha \geq 0{,}5$.

Les indices de prix sont normalisés à 1 durant les deux périodes, et les revenus de Chloé sont supposés constants durant ces deux périodes et égaux à 66 000€ par période.

On s'intéresse ici au choix intertemporel de consommation de Chloé défini sur les deux périodes, étant entendu que Chloé a la possibilité d'emprunter ou de prêter de l'argent à un taux d'intérêt unique noté *r*.

S désignera le montant de l'épargne ($S \geq 0$) ou de l'emprunt ($S \leq 0$) choisi par Chloé durant la période 1.

2.1 Ecrire la contrainte budgétaire intertemporelle de Chloé.

2.2 Déterminer le montant de sa consommation optimale en première période et en deuxième période, en fonction de *r* et α.

2.3 Quelle est la valeur de *S* choisie par Chloé dans les trois cas suivants:

(i) $r = 0$ et $\alpha = 0{,}5$
(ii) $r = 0{,}1$ et $\alpha = 0{,}5$
(iii) $r = 0$ et $\alpha = 0{,}55$

Comparer ces trois résultats. Expliquer.

2.4 On considre $r = 0$ et $\alpha = 0{,}5$ et on suppose que Chloé doit s'acquitter d'une taxe de 10%, uniquement sur ses revenus de première période. Déterminer comment son choix de *S* est impacté relativement au cas sans fiscalité.

PARTIE 3:

L'entreprise "Lambda" produit des services à la personne en quantité Q à partir de deux inputs: des heures réalisées par des travailleurs qualifiés, dont le nombre est noté X, et des heures réalisées par des travailleurs non-qualifés, dont le nombre est noté Y.

L'heure de travail qualifié coûte à l'entreprise 48€ et on note w le coût horaire du travail non qualifié. Il existe un coût fixe de production égal à 2 000€.

La technologie de production est donnée par la fonction suivante :

$$Q = X^{\alpha} Y^{1-\alpha}$$

avec $\alpha \in (0,1)$.

3.1 Représenter graphiquement l'isoquant pour un niveau de production Q_0 et donner l'expression du Taux Marginal de Substitution Technique le long de cette isoquant.

3.2 Déterminer les demandes optimales d'inputs utiles à la production d'un niveau cible Q d'output.

3.3 Pour $\alpha = 0,75$ quel est le ratio X/Y choisi par l'entreprise si la rémunération horaire du travail qualifié est (i) 3 fois supérieure à celle du travail non-qualifié, (ii) 2 fois supérieure à celle du travail non-qualfié ?

3.4 Quel que soient α et w, déterminer la fonction de coût total de l'entreprise "Lambda".

3.5 Pour $\alpha = 0,75$ et $w = 16$, déterminer les fonctions de coût moyen et de coût marginal, que vous noterez respectivement CM(Q) et Cm(Q). Tracer ces deux fonctions.

PARTIE 4:

On considère la production d'un bien désigné par Q.
À court terme il existe deux types d'entreprises possédant des technologies différentes:

2 entreprises avec une technologie A et une fonction de coût : $C(Q_i) = Q_i^2 + 2500$; $i = 1,2$
6 entreprises avec une technologie B et une fonction de coût : $C(Q_j) = 2Q_j^2 + 200$; $j = 1, \ldots, 6$

Le fonctionnement du marché est de type concurrentiel, et on note p le prix du bien.

4.1 Déterminer la fonction d'offre de chaque type d'entreprises.

4.2 Déterminer et représenter graphiquement la fonction d'offre globale dans le plan (p,Q).

À long terme, on suppose que toutes les entreprises adoptent la technologie A.
La demande du bien vérifie $D(p) = 1000 - 5p$.

4.3 Déterminer le prix d'équilibre et le nombre d'entreprises présentent sur ce marché.

CONCOURS EDHEC

CONCOURS PRÉ MASTER

SAMEDI 5 AVRIL 2025

ÉPREUVE D'ÉCONOMIE

CORRIGÉ

Au total le sujet d'examen comprend 20 questions réparties dans 4 exercices. Chaque question rapporte 1 point qui est attribué uniquement si l'intégralité des attendus pour la réponse sont fournis.

PARTIE 1: 8pts

Lucas est lycéen, nourri et logé chez ses parents, avec pour seul revenu l'argent de poche qu'ils lui donnent, équivalent un montant annuel de 900€. Il consacre l'entièreté de ce revenu à sa consommation de places de cinéma (notée *X*) et de places de théâtre (notée *Y*). Ses préférences sont définies par la fonction d'utilité suivante:

$$U(X,Y) = X\,Y^2$$

Le prix d'une place de cinéma équivaut 10€, et le prix d'une place de théâtre est notée *P*.

On considère dans un premier temps que Lucas peut acheter autant de places de cinéma et de théâtre qu'il le souhaite durant l'année (absence de rationnement).

1.1 Donner l'équation de la courbe d'indifférence pour un niveau d'utilité égal à 10 000, puis l'équation de la droite de budget.

Courbe d'indifférence: $\boldsymbol{Y = 100/\,(X^{1/2})}$

Equation droite de budget: $\boldsymbol{Y = (900 - 10\,X)/\,P}$

1.2 Déterminer le nombre de places de cinéma et de théâtre achetées par Lucas.

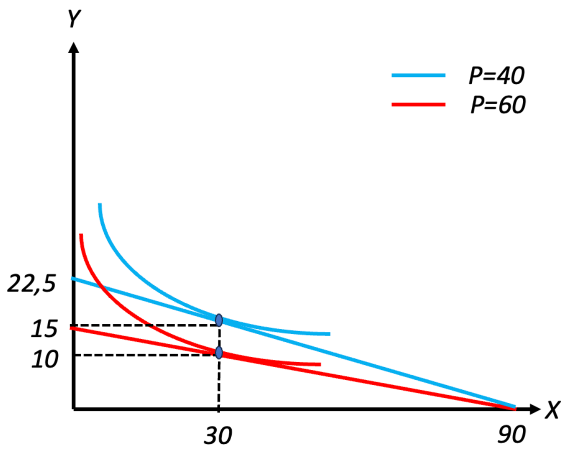
$$\boldsymbol{X^* = 30}$$
$$\boldsymbol{Y^* = 600/P}$$

1.3 Calculer l'élasticité-prix directe et l'élasticité-prix croisée des demandes de places par rapport à *P*.

Elasticité prix croisée, $\boldsymbol{X}$ par rapport à $\boldsymbol{P}$ = 0

Elasticité prix directe, $\boldsymbol{Y}$ par rapport à $\boldsymbol{P}$ = -1

1.4. En représentant les courbes d'indifférence et la droite de budget dans le plan (*X*,*Y*) illustrer graphiquement la solution (nombre de places achetées) pour *P* = 40 et *P* = 60.

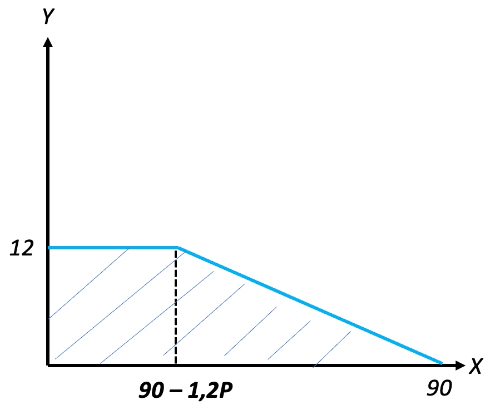


1.5 Que valent les taux marginaux de substitution pour les niveaux de consommation correspondant à ces deux optimums ?

TmS(30;15) = **-1/4**
TmS(30;10) = **-1/6**

On considère à présent qu'il peut exister un rationnement. En raison d'une forte demande, le nombre de places de théatre que Lucas peut acheter pour l'année est au maximum égal à 12.

1.6. Représenter précisément son ensemble budgétaire dans le plan (*X,Y*) pour un prix *P* quelconque.

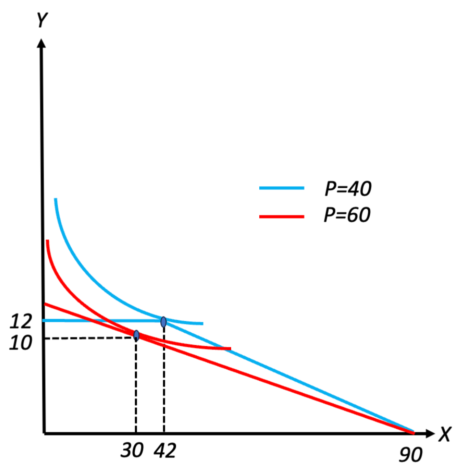


1.7. Recalculer le nombre de places de cinéma et de places de théâtre achetées par Lucas si *P* = 40 et si *P* = 60.

Si P = 60, $\boldsymbol{X^* = 30}$
$\boldsymbol{Y^* = 10}$

Si P = 40, $\boldsymbol{X^* = 42}$
$\boldsymbol{Y^* = 12}$

1.8 Représenter la solution dans le plan (*X,Y*) lorsque *P* = 40 et lorsque *P* = 60.



PARTIE 2: 4pts

La fonction d'utilité de Chloé est définie sur sa consommation présente (période 1), notée *X*, et sa consommation future (période 2), notée *Y*, par la relation suivante :

$$U(X,Y) = X^{\alpha}\, Y^{1-\alpha}$$

avec $\alpha \geq 0{,}5$.

Les indices de prix sont normalisés à 1 durant les deux périodes, et les revenus de Chloé sont supposés constants durant ces deux périodes et égaux à 66 000€ par période.

On s'intéresse ici au choix intertemporel de consommation de Chloé défini sur les deux périodes, étant entendu que Chloé a la possibilité d'emprunter ou de prêter de l'argent à un taux d'intérêt unique noté *r*.

S désignera le montant de l'épargne ($S \geq 0$) ou de l'emprunt ($S \leq 0$) choisi par Chloé durant la période 1.

2.1 Ecrire la contrainte budgétaire intertemporelle de Chloé.

$$\boldsymbol{X + Y/(1+r) = 66000\,(2+r)/\,(1+r)}$$

2.2 Déterminer le montant de sa consommation optimale en première période et en deuxième période, en fonction de *r* et α.

$$\boldsymbol{X^{*} = 66000\,\alpha\,(2+r)/\,(1+r)}$$
$$\boldsymbol{Y^{*} = 66000\,(1-\alpha)\,(2+r)}$$

2.3 Quelle est la valeur de *S* choisie par Chloé dans les trois cas suivants:

(i) $r = 0$ et $\alpha = 0{,}5$
(ii) $r = 0{,}1$ et $\alpha = 0{,}5$
(iii) $r = 0$ et $\alpha = 0{,}55$

Comparer ces trois résultats. Expliquer.

$$\boldsymbol{S^{*} = 66000\,(1-\alpha\,(2+r)/\,(1+r))}$$

(i) $\boldsymbol{S^{*} = 0}$
(ii) $\boldsymbol{S^{*} = 3000}$
(iii) $\boldsymbol{S^{*} = -6600}$

Une hausse du taux d'intérêt r incite à l'épargne *vs.* une hausse de la préférence pour le présent (via α) incite à l'endettement.

2.4 On considre r = 0 et α = 0,5 et on suppose que Chloé doit s'acquitter d'une taxe de 10%, uniquement sur ses revenus de première période. Déterminer comment son choix de S est impacté relativement au cas sans fiscalité.

$$\boldsymbol{X + Y = 66000(1-0,1) + 66000 = 125400}$$
$$\boldsymbol{X^* = Y^* = 62700}$$
$$\boldsymbol{S^* = 59400 - 62700 = -3300}$$

La fiscalité de première période conduit chloé à s'endetter pour lisser dans le temps l'effet de la taxe sur sa consommation.

PARTIE 3: 5pts

L'entreprise "Lambda" produit des services à la personne en quantité Q à partir de deux inputs: des heures réalisées par des travailleurs qualifiés, dont le nombre est noté X, et des heures réalisées par des travailleurs non-qualifés, dont le nombre est noté Y.

L'heure de travail qualifié coûte à l'entreprise 48€ et on note w le coût horaire du travail non qualifié. Il existe un coût fixe de production égal à 2 000€.

La technologie de production est donnée par la fonction suivante :

$$Q = X^{\alpha}\, Y^{1-\alpha}$$

avec $\alpha \in (0,1)$.

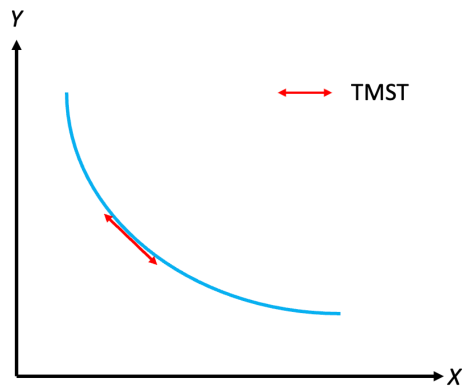
3.1 Représenter graphiquement l'isoquant pour un niveau de production Q_0 et donner l'expression du Taux Marginal de Substitution Technique le long de cette isoquant.

Equation isoquant:

$$\boldsymbol{Y = Qo^{1/(1-\alpha)} X^{-\alpha/(1-\alpha)}}$$

TMST:

$$\boldsymbol{-\alpha\, Y/((1-\alpha)\, X)}$$



3.2 Déterminer les demandes optimales d'inputs utiles à la production d'un niveau cible Q d'output.

$$\boldsymbol{X^* = Q(\alpha\, w/((1-\alpha)48))^{1-\alpha}}$$
$$\boldsymbol{Y^* = Q((1-\alpha)48/(\alpha\, w))^{\alpha}}$$

3.3 Pour α = 0,75 quel est le ratio X/Y choisi par l'entreprise si la rémunération horaire du travail qualifié est (i) 3 fois supérieure à celle du travail non-qualifié, (ii) 2 fois supérieure à celle du travail non-qualfié ?

$$X^*/Y^* = \alpha\, w/((1-\alpha)48)$$

(i) $\quad X^*/Y^* = 1$

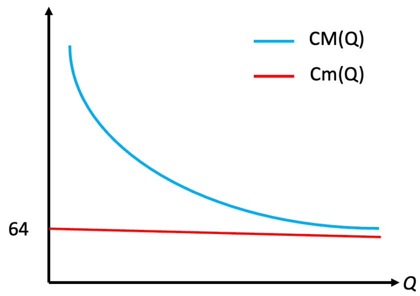
(ii) $\quad X^*/Y^* = 1,5$

3.4 Quel que soient α et w, déterminer la fonction de coût total de l'entreprise "Lambda".

$$\begin{aligned} CT(Q) &= 2000 + 48\,X^* + w\,Y^* \\ &= 2000 + Q\,(48/\alpha)^{\alpha}\,(w/(1-\alpha))^{(1-\alpha)} \end{aligned}$$

3.5 Pour α = 0,75 et w = 16, déterminer les fonctions de coût moyen et de coût marginal, que vous noterez respectivement CM(Q) et Cm(Q). Tracer ces deux fonctions.

$$CM\,(Q) = 64 + 2000/Q$$
$$Cm\,(Q) = 64$$



PARTIE 4: 3pts

On considère la production d'un bien désigné par Q.
À court terme il existe deux types d'entreprises possédant des technologies différentes:

2 entreprises avec une technologie A et une fonction de coût : $C(Q_i) = Q_i^2 + 2500$; $i = 1,2$
6 entreprises avec une technologie B et une fonction de coût : $C(Q_j) = 2Q_j^2 + 200$; $j = 1, \ldots, 6$

Le fonctionnement du marché est de type concurrentiel, et on note p le prix du bien.

4.1 Déterminer la fonction d'offre de chaque type d'entreprises.

4.2 Déterminer et représenter graphiquement la fonction d'offre globale dans le plan (p,Q).

Il était attendu de caractériser les fonctions d'offre individuelle à partir de la condition prix=coût marginal, $p=Cm(Q)$, et en considérant le seuil de rentabilité **ou** le seuil de fermeture. **Les 2 réponses ont été acceptées.**

Dans le cas où la condition $p \geq CM(Q)$ est considérée (seuil de rentabilité):

Entreprises A: $\boldsymbol{Q_i = p/2}$ **si** $\boldsymbol{p \geq 100}$ **et** $\boldsymbol{Q_i = 0}$ **sinon**

Entreprises B: $\boldsymbol{Q_j = p/4}$ **si** $\boldsymbol{p \geq 40}$ **et** $\boldsymbol{Q_j = 0}$ **sinon**

La fonction d'offre globale est:

$\boldsymbol{Q = 0}$ **si** $\boldsymbol{p<40}$**,** $\boldsymbol{Q = 1{,}5p}$ **si** $\boldsymbol{40 \leq p < 100}$ **et** $\boldsymbol{Q = 2{,}5p}$ **si** $\boldsymbol{p \geq 100}$

Dans le cas où la condition $p \geq CVM(Q)$ est considérée (seuil de fermeture):

Entreprises A: $\boldsymbol{Q_i = p/2}$ **pour** $\boldsymbol{p \geq 0}$

Entreprises B: $\boldsymbol{Q_j = p/4}$ **pour** $\boldsymbol{p \geq 0}$

La fonction d'offre globale est: $\boldsymbol{Q = 2{,}5p}$ **pour** $\boldsymbol{p \geq 0}$

À long terme, on suppose que toutes les entreprises adoptent la technologie A.
La demande du bien vérifie $D(p) = 1000 - 5p$.

4.3 Déterminer le prix d'équilibre et le nombre d'entreprises présentent sur ce marché.

On considère uniquement des entreprises de type A. D'après $p = Cm_A(Q) = CM_A(Q)$ on déduit $Q_i = 50$ et $\boldsymbol{p=100}$ sachant $Cm_A = 2Q_i$ et $CM_A = Q_i + 2500/Q_i$
La condition Offre agrégée=Demande agrégée s'écrit $50N = 1000-5p$ avec N le nombre d'entreprises, ce qui implique $\boldsymbol{N = 10}$ sachant $p = 100$.

A noter que pour les 4 étudiants qui n'ont pas retenu l'hypothèse que les entreprises adoptaient la technologie A en démontrant que la technologie B pouvait être préférable le point pour cette dernière question 4.3 leur a également été attribué.

CONCOURS EDHEC

CONCOURS PRÉ MASTER

SAMEDI 5 AVRIL 2025

ÉPREUVE D'ÉCONOMIE

RAPPORT DE CORRECTION

Présentation de l’épreuve, commentaires synthétiques.

L’épreuve comportait quatre exercices, les deux premiers relatifs à la théorie du consommateur, respectivement notés sur 8 points et 4 points, et les deux derniers relatifs à la théorie du producteur, sur 5 et 3 points. Il y avait au total 20 questions, chaque question étant valorisée à 1 point si l'ensemble des attendus étaient fournis dans la réponse.

L’exercice 1 (sur 8 points) comportait une première partie "classique" sur les choix de consommation, puis une deuxième partie avec une hypothèse de rationnement potentiel. Cet exercice a globalement été très bien réussi, même si pour certains il y a eu quelques confusions sur le cas où la contrainte de rationnement était saturée.

L'exercice 2 portait sur les choix intertemporels de consommation et d'épargne. Il a été le moins bien réussi de l'examen, notamment en raison de calculs un peu plus complexes. Les variantes en lien avec le taux d'intérêt, la préférence pour le présent et la fiscalité n'ont de ce fait pas été toujours correctement traitées.

L'exercice 3 (sur 5 points), qui traitait des choix inputs par un producteur, présentait également quelques calculs avec lesquels certains se sont perdus. Mais les applications numériques, permettant des simplifications, ont été majoritairement bien traitées.

L'exercice 4 (sur 3 points) correspondait à un problème de caractérisation de l'offre. Sans précision dans l'énoncé, il était accepté que cette caractérisation se fasse en considérant le seuil de rentabilité ou le seuil de fermeture, étant entendu que ceci devait être précisé dans les réponses apportées.

Statistiques

Pour les 259 candidats ayant composé :

- Moyenne = 12,3
- 1er quartile = 9,5
- Médiane = 12
- 3ème quartile = 15
- Ecart-type = 3,87
- 74% des candidats ont la moyenne