



CONCOURS PRÉ MASTER

SAMEDI 28 MARS 2026

ÉPREUVE D'ÉCONOMIE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Aucun document ou matériel électronique n'est autorisé.

Le sujet comporte 4 parties

Consignes

Répondez de manière aussi précise et concise que possible aux questions.

A l'issue de chaque composition écrite, tout candidat est tenu de remettre au surveillant une copie (même blanche, qui sera alors signée). Tout candidat sortant avant la fin des épreuves doit obligatoirement remettre le sujet en même temps que sa copie

PARTIE 1:

On considère les choix d'un individu durant deux périodes de vie : en première période, d'activité, sa consommation est notée $X1$ et sa quantité de travail T . En deuxième période, de retraite, sa consommation est notée $X2$. Ses préférences sont définies par la fonction d'utilité suivante :

$$U(X1, T, X2) = \log(X1) - T^2 + \frac{1}{2}\log(X2)$$

Lors de sa période d'activité, son revenu vaut yT avec $y > 0$. Durant la deuxième période où il ne travaille pas il touche un revenu $P > 0$. Les prix à la consommation sont normalisés à 1.

Il a la possibilité d'épargner ou de s'endetter à la fin de la première période, sans rendement (taux d'intérêt nul) ; vous pourrez noter S le montant correspondant.

1.1 On suppose tout d'abord la quantité de travail fixée à une valeur constante $T = \bar{T}$, de même que le montant du revenu de deuxième période est exogène et vaut $P = \bar{P}$. Déterminer les choix optimaux $(X1^*, X2^*)$.

1.2 On suppose à présent que l'individu détermine sa quantité de travail conjointement à ses choix de consommation, tout en conservant l'hypothèse $P = \bar{P}$. Déterminer les choix optimaux $(X1^*, T^*, X2^*)$. Quelles sont les valeurs obtenues lorsque $\bar{P} = y = 3$?

1.3 On considère maintenant que le montant des pensions de retraite est endogène, fonction de la quantité de travail, et on suppose $P = \beta yT$ (avec $\beta \geq 0$). Déterminer à nouveau $(X1^*, T^*, X2^*)$.

1.4 Comparer T^* issu de la question 1.3 avec T^* issu de la question 1.2 : lequel est le plus grand ? Pourquoi ?

1.5 Dans le cadre de la question 1.3, pour quelles valeurs de β l'individu s'endette-t-il ? Pourquoi ?

PARTIE 2:

On considère les choix techniques de production d'une entreprise fabriquant et livrant des pizzas. Cette activité repose sur trois facteurs de production exprimés en heures d'utilisation : les heures de travail des cuisiniers (pizzaïolos) en quantité P , celles des livreurs en quantité L , et les heures relatives à l'utilisation des fours à pizzas en quantité F . Chaque heure coûte à l'entreprise respectivement $w_P = 36\text{€}$, $w_L = 24\text{€}$ et $w_F = 12\text{€}$.

Pizzaïolo et four sont utilisés en proportion fixe, un pour un (1 heure d'exploitation d'un four nécessite 1 heure travaillée d'un pizzaïolo), et on définit $S = \min(P, F)$.

Chaque jour, le nombre de pizzas produites et livrées est déterminé par la technologie de production suivante :

$$Y = A(L^{1/2} + S^{1/2})^a$$

avec $2 > a > 0$ et $A > 0$.

2.1 Écrire le coût total en fonction de L et S , et déduire les demandes optimales de facteurs L^* , F^* et P^* , en fonction de la quantité de pizzas produites et livrées chaque jour.

2.2 On considère qu'il existe une contrainte de capacité d'utilisation des fours, telle que $F \leq 20$. Déterminer à nouveau la demande optimale de facteurs, en fonction de Y .

2.3 Déterminer la valeur des coûts minimisés quel que soit le nombre de pizzas livrés, en tenant compte du fait que la contrainte $F \leq 20$ peut être saturée pour certains niveaux de Y .

On suppose dorénavant $a = 1$ et $A = 32$.

2.4 Si on note p le prix de vente unitaire d'une pizza, à partir de quel prix le nombre de pizzas offertes par l'entreprise se trouve contraint par la capacité d'utilisation des fours ?

2.5 Combien de pizzas sont produites si le prix de vente unitaire est 10€ ? Que valent les profits ?

PARTIE 3 :

On considère une entreprise en situation de monopole sur le marché d'un bien homogène. La demande inverse est donnée par :

$$p = 70 - 2q$$

où p est le prix unitaire (en €) et q la quantité produite.

Le coût total de production est :

$$CT(q) = 50 + 10q + q^2$$

3.1 Déterminer la quantité et le prix choisis par l'entreprise. Calculer le surplus global.

3.2 Représenter graphiquement et précisément, le coût marginal, le coût moyen et le surplus global.

3.3 On considère une réglementation par un prix plafond $pl = 40\text{€}$. Déterminer le surplus global induit par cette réglementation, et comparer avec le cas du monopole non réglementé.

On suppose que la technologie évolue et que le coût de production vérifie dorénavant :

$$CT(q) = 200 + 10q$$

3.4 Peut-on parler de monopole naturel ? Quels sont les prix et quantités produites par le monopole avec cette nouvelle technologie ? Que vaut le surplus global ?

3.5 Quelle est la perte de production par rapport à l'optimum social ? Quelle subvention publique faudrait-il mettre en œuvre pour que l'optimum soit viable ? Que vaut le surplus global à l'optimum ?

PARTIE 4 :

Un individu dispose de $T = 60$ heures par semaine, réparties entre travail H et loisir L . Sa consommation est notée C , et ses préférences sont définies par:

$$U(C, L) = C + aL^{0.5} \quad \text{avec } a > 0$$

On note w le salaire horaire brut, et τ le taux de cotisations sur les revenus salariaux. Les prix à la consommation sont normalisés à 1. L'individu consomme l'intégralité de son revenu net.

On considère que le taux de cotisations peut dépendre du nombre d'heures travaillées H :

- (i) si $H \leq 35$, alors $\tau = 20\%$
- (ii) si $H > 35$, alors $\tau = \tau_2$

4.1 Représenter précisément l'ensemble budgétaire de l'individu dans le plan (C, L) lorsque $\tau_2 = 0$.

4.2 Déterminer les choix optimaux de consommation et d'offre de travail (C^*, H^*) lorsque $\tau_2 = \tau = 20\%$. En deçà de quel salaire choisit-il de travailler au plus 35 heures par semaine ?

4.3 On suppose à présent $\tau_2 = 0$. Si l'individu avait uniquement le choix de travailler entre 36 et 60 heures par semaine, en dessous de quel salaire choisirait-il de travailler le minimum autorisé de 36 heures par semaine ?

On suppose dorénavant $a = 160$.

4.4 On considère toujours $\tau_2 = 0$, mais l'individu a cette fois-ci la possibilité de choisir librement son temps de travail entre 0 et 60. Quel est son choix optimal pour $w = 20$?

4.5 Représenter graphiquement et précisément les choix optimaux (déterminés en 3.4) dans le plan (C, L) , en reportant les valeurs obtenues pour C^* et L^* .

CONCOURS PRÉ MASTER

SAMEDI 28 MARS 2026

ÉPREUVE D'ÉCONOMIE

CORRIGÉ

PARTIE 1:

On considère les choix d'un individu durant deux périodes de vie : en première période, d'activité, sa consommation est notée X_1 et sa quantité de travail T . En deuxième période, de retraite, sa consommation est notée X_2 . Ses préférences sont définies par la fonction d'utilité suivante :

$$U(X_1, T, X_2) = \log(X_1) - T^2 + \frac{1}{2}\log(X_2)$$

Lors de sa période d'activité, son revenu vaut yT avec $y > 0$. Durant la deuxième période où il ne travaille pas il touche un revenu $P > 0$. Les prix à la consommation sont normalisés à 1.

Il a la possibilité d'épargner ou de s'endetter à la fin de la première période, sans rendement (taux d'intérêt nul) ; vous pourrez noter S le montant correspondant.

1.1 On suppose tout d'abord la quantité de travail fixée à une valeur constante $T = \bar{T}$, de même que le montant du revenu de deuxième période est exogène et vaut $P = \bar{P}$. Déterminer les choix optimaux (X_1^*, X_2^*) .

On fixe $T = \bar{T}$ et $P = \bar{P}$.

Le problème à résoudre est $\max \log(X_1) + (1/2)\log(X_2)$ sous la contrainte $X_1 + X_2 = y\bar{T} + \bar{P}$.

Lagrangien : $L = \log(X_1) + (1/2)\log(X_2) + \lambda(y\bar{T} + \bar{P} - X_1 - X_2)$.

Conditions du premier ordre : $1/X_1 = \lambda$ et $1/(2X_2) = \lambda$. On obtient donc $X_1 = 2X_2$.

En reportant dans la contrainte budgétaire : $2X_2 + X_2 = y\bar{T} + \bar{P}$, soit $3X_2 = y\bar{T} + \bar{P}$.

Ainsi : $X_2^* = (y\bar{T} + \bar{P})/3$ et $X_1^* = 2(y\bar{T} + \bar{P})/3$.

1.2 On suppose à présent que l'individu détermine sa quantité travaillée conjointement à ses choix de consommation, tout en conservant l'hypothèse $P = \bar{P}$. Déterminer les choix optimaux (X_1^*, T^*, X_2^*) . Quelles sont les valeurs obtenues lorsque $\bar{P} = y = 3$?

Cette fois l'individu choisit X_1 , T et X_2 .

Lagrangien : $L = \log(X_1) - T^2 + (1/2)\log(X_2) + \lambda(yT + \bar{P} - X_1 - X_2)$.

Conditions du premier ordre : $1/X_1 = \lambda$; $1/(2X_2) = \lambda$; $-2T + \lambda y = 0$.

Des deux premières équations, on déduit $X_1 = 2X_2$. De la troisième, $\lambda = 2T/y$. Comme $\lambda = 1/X_1$, on obtient $X_1 = y/(2T)$, puis $X_2 = y/(4T)$.

En reportant dans la contrainte : $y/(2T) + y/(4T) = yT + \bar{P}$, d'où $yT^2 + \bar{P}T - 3y/4 = 0$.

La solution admissible est : $T^* = [-\bar{P} + \sqrt{(\bar{P}^2 + 3y^2)}]/(2y)$.

On peut aussi écrire $X_1^* = [\bar{P} + \sqrt{(\bar{P}^2 + 3y^2)}]/3$ et $X_2^* = [\bar{P} + \sqrt{(\bar{P}^2 + 3y^2)}]/6$.

Si $\bar{P} = y = 3$, alors $T^* = 1/2$, $X_1^* = 3$ et $X_2^* = 3/2$.

1.3 On considère maintenant que le montant des pensions de retraite est endogène, et on suppose $P = \beta yT$ (avec $\beta \geq 0$). Déterminer à nouveau (X_1^*, T^*, X_2^*) .

La contrainte devient : $X_1 + X_2 = (1 + \beta)yT$.

Lagrangien : $L = \log(X_1) - T^2 + (1/2)\log(X_2) + \lambda((1 + \beta)yT - X_1 - X_2)$.

Conditions du premier ordre : $1/X_1 = \lambda$; $1/(2X_2) = \lambda$; $-2T + \lambda(1 + \beta)y = 0$.

Les deux premières donnent $X_1 = 2X_2$. La troisième donne $\lambda = 2T / [(1 + \beta)y]$.

Comme $\lambda = 1/X_1$, on en déduit $X_1 = (1 + \beta)y/(2T)$ et $X_2 = (1 + \beta)y/(4T)$. En remplaçant dans la contrainte on a $3(1 + \beta)y/(4T) = (1 + \beta)yT$.

Donc on déduit : **$T^* = \sqrt{3}/2$, $X_1^* = (1 + \beta)y/\sqrt{3}$ et $X_2^* = (1 + \beta)y/(2\sqrt{3})$.**

1.4 Comparer T^* issu de la question 1.3 avec T^* issu de la question 1.2 : lequel est le plus grand ? Pourquoi ?

Dans la question 1.2, une heure de travail supplémentaire augmente seulement le revenu courant yT . Dans la question 1.3, cette même heure augmente à la fois le revenu courant et la pension future, puisque $P = \beta yT$.

Le rendement intertemporel du travail est donc plus élevé en 1.3 qu'en 1.2. Cela renforce l'incitation à travailler. On obtient ainsi un niveau optimal de travail plus élevé en 1.3 qu'en 1.2, toutes choses égales par ailleurs : **$\sqrt{3}/2 > 1/2$**

1.5 Dans le cadre de la question 1.3, pour quelles valeurs de β l'individu s'endette-t-il ? Pourquoi ?

L'individu s'endette lorsque l'épargne optimale est négative, c'est-à-dire lorsque $S^* < 0$.

Or, d'après la question 1.3 : $S^* = yT^* - X_1^* = y(1 - 2\beta)/(2\sqrt{3})$.

L'individu s'endette pour **$\beta > 1/2$** , car il anticipe des ressources futures suffisamment élevées à la retraite.

PARTIE 2:

On considère les choix techniques de production d'une entreprise fabriquant et livrant des pizzas. Cette activité repose sur trois facteurs de production exprimés en heures d'utilisation : les heures de travail des cuisiniers (pizzaïolo) en quantité P , celles des livreurs en quantité L , et les heures relatives à l'utilisation des fours à pizzas en quantité F . Chaque heure coûte à l'entreprise respectivement $w_P = 36\text{€}$, $w_L = 24\text{€}$ et $w_F = 12\text{€}$.

Pizzaïolo et four sont utilisés en proportion fixe, un pour un (1 heure four nécessite 1 heure pizzaïolo), et on définit $S = \min(P, F)$.

Chaque jour, le nombre de pizzas produites et livrées est déterminé par la technologie de production suivante :

$$Y = A(L^{1/2} + S^{1/2})^a$$

avec $2 > a > 0$ et $A > 0$.

2.1 Écrire le coût total en fonction de L et S , et déduire les demandes optimales de facteurs L^* , F^* et P^* , en fonction de la quantité de pizzas produites et livrées chaque jour.

Comme pizzaïolo et four sont utilisés en proportion fixe un pour un, chaque unité de $S = \min(P, F)$ nécessite à la fois une heure de pizzaïolo et une heure de four.

Le coût d'une unité de S est donc $w_P + w_F = 36 + 12 = 48$. Le coût total s'écrit : $C = 24L + 48S$.

La solution du problème de minimisation des coûts sous la contrainte technologique vérifie :

$$L^* = (4/9)(Y/A)^{2/a} \text{ et } S^* = F^* = P^* = (1/9)(Y/A)^{2/a}$$

2.2 On considère qu'il existe une contrainte de capacité d'utilisation des fours, telle que $F \leq 20$. Déterminer à nouveau la demande optimale de facteurs, en fonction de Y .

Sans contrainte de capacité, on a $F^* = (1/9)(Y/A)^{2/a}$.

La contrainte $F \leq 20$ n'est pas saturée si $(1/9)(Y/A)^{2/a} \leq 20$, soit $(Y/A)^{2/a} \leq 180$.

Autrement dit, tant que $Y \leq A(3\sqrt{20})^a$, on garde la solution de la question 2.1.

Si au contraire $Y > A(3\sqrt{20})^a$, alors la contrainte est saturée : $F^* = 20$ et, par complémentarité, $P^* = 20$.

La technologie devient alors $Y = A(\sqrt{L} + \sqrt{20})^a$, donc $\sqrt{L} = (Y/A)^{1/a} - \sqrt{20}$.

On en déduit : $L^* = [(Y/A)^{1/a} - \sqrt{20}]^2$, tandis que $P^* = F^* = 20$.

2.3 Déterminer la valeur des coûts minimisés quel que soit le nombre de pizzas livrés, en tenant compte du fait que la contrainte $F \leq 20$ peut être saturée pour certains niveaux de Y .

Le coût minimal est obtenu en distinguant deux régimes.

Premier régime : si $Y \leq A(3\sqrt{20})^a$, la contrainte de capacité ne lie pas et l'on a simplement : **$C(Y) = 16(Y/A)^{2/a}$.**

Second régime : si $Y > A(3\sqrt{20})^a$, alors $F^* = P^* = 20$ et $L^* = [(Y/A)^{1/a} - \sqrt{20}]^2$.

Le coût minimal vaut alors **$C(Y) = 24[(Y/A)^{1/a} - \sqrt{20}]^2 + 960$.**

On suppose dorénavant $a = 1$ et $A = 32$.

2.4 Si on note p le prix de vente unitaire d'une pizza, à partir de quel prix le nombre de pizzas offertes par l'entreprise se trouve contraint par la capacité d'utilisation des fours ?

Tant que la contrainte de capacité ne lie pas, le coût minimisé est : $C(Y) = 16(Y/32)^2 = Y^2/64$.

Le coût marginal est donc $C_m(Y) = Y/32$. Si l'entreprise est preneuse de prix, elle offre une quantité telle que $p = C_m(Y)$, donc $Y = 32p$.

La capacité commence à contraindre l'offre lorsque cette quantité non contrainte dépasse le seuil de saturation des fours. Or ce seuil est $Y_c = A(3\sqrt{20})^a = 32 \times 3\sqrt{20} = 96\sqrt{20}$.

Donc la contrainte « porte » lorsque $32p > 96\sqrt{20}$, soit **$p > 6\sqrt{5}$.**

2.5 Combien de pizzas sont produites si le prix de vente unitaire est 10€ ? Que valent les profits ?

Si $p = 10$, on compare d'abord ce prix au seuil de saturation : $10 < 3\sqrt{20}$. La quantité offerte vérifie alors $p = C_m(Y)$, soit $10 = Y/32$. On obtient **$Y^* = 320$ pizzas.**

Le profit est donc **$\pi = 1600$ euros.**

PARTIE 3 :

On considère une entreprise en situation de monopole sur le marché d'un bien homogène. La demande inverse est donnée par :

$$p = 70 - 2q$$

où p est le prix unitaire (en €) et q la quantité produite.

Le coût total de production est :

$$CT(q) = 50 + 10q + q^2$$

4.1 Déterminer la quantité et le prix choisis par l'entreprise. Calculer le surplus global.

La demande inverse est $p = 70 - 2q$.

La recette totale est donc $RT(q) = pq = (70 - 2q)q = 70q - 2q^2$.

La recette marginale est $Rm(q) = 70 - 4q$.

Le coût total est $CT(q) = 50 + 10q + q^2$, d'où le coût marginal $Cm(q) = 10 + 2q$.

Le monopole choisit q tel que $Rm = Cm$. On obtient **$q = 10$ et $p = 50$** .

Le surplus du consommateur est l'aire du triangle sous la demande et au-dessus du prix :

$$SC = (1/2)(70 - 50) \times 10 = 100.$$

Le surplus du monopole équivaut recettes moins coûts variables :

$$SP = 50 \times 10 - [10 \times 10 + 10^2] = 300.$$

Le surplus global est donc **$SG = 400$** .

4.2 Représenter graphiquement et précisément, le coût marginal, le coût moyen et le surplus global.

Le coût marginal est $Cm(q) = 10 + 2q$: c'est une droite croissante partant de 10.

Le coût moyen est $CM(q) = CT(q)/q = 50/q + 10 + q$: c'est une courbe en U.

Le minimum du coût moyen est atteint lorsque $dCM/dq = -50/q^2 + 1 = 0$, soit $q = \sqrt{50}$.

Au point de monopole, $q_M = 10$ et $p_M = 50$.

Sur le graphique, il faut représenter : la demande $p = 70 - 2q$, la recette marginale $Rm = 70 - 4q$, le coût marginal $Cm = 10 + 2q$, et le coût moyen $CM = 50/q + 10 + q$.

4.3 On considère une réglementation par un prix plafond $p_l = 40$ €. Déterminer le surplus global induit par cette réglementation, et comparer avec le cas du monopole non réglementé.

On impose un prix plafond $p_l = 40$ euros. La demande au prix 40 est $q = (70 - 40)/2 = 15$.

Le monopole ne peut pas vendre au-dessus de 40, mais il choisit encore la quantité qui maximise son profit sous cette contrainte.

Le profit devient $\pi(q) = 40q - [50 + 10q + q^2] = 30q - q^2 - 50$, pour $q \leq 15$.

La condition du premier ordre donne $30 - 2q = 0$, donc $q = 15$. Le prix plafond conduit donc à produire **$q = 15$** au prix $p = 40$.

Le surplus du consommateur vaut $SC = (1/2)(70 - 40) \times 15 = 225$.

Le surplus du producteur vaut $SP = 40 \times 15 - [10 \times 15 + 15^2] = 600 - 375 = 225$.

Le surplus global réglementé est donc **$SG = 450 > 400$** .

On suppose que la technologie évolue et que le coût de production vérifie dorénavant :

$$CT(q) = 200 + 10q$$

4.4 Peut-on parler de monopole naturel ? Quels sont les prix et quantités produites par le monopole avec cette nouvelle technologie ? Que vaut le surplus global ?

On suppose maintenant $CT(q) = 200 + 10q$. Le coût marginal est constant : $C_m = 10$.

Le coût moyen est $CM(q) = 200/q + 10$. Il est strictement décroissant avec q .

On peut donc parler de monopole naturel, car les coûts moyens décroissent sur le domaine pertinent de production.

Le monopole choisit q tel que $RM = CM_g : 70 - 4q = 10$, donc **$q = 15$** .

Le prix correspondant est **$p = 40$** .

Le surplus du consommateur est $SC = (1/2)(70 - 40) \times 15 = 225$.

Le surplus du producteur vaut $SP = 40 \times 15 - 10 \times 15 = 600 - 150 = 450$.

Le surplus global est donc $SG = 675$.

4.5 Quelle est la perte de production par rapport à l'optimum social ? Quelle subvention publique faudrait-il mettre en œuvre pour que l'optimum soit viable ? Que vaut le surplus global à l'optimum ?

Avec la nouvelle technologie, l'optimum social est obtenu lorsque le prix est égal au coût marginal : $p^* = C_m = 10$.

Comme la demande est $p = 70 - 2q$, on a $10 = 70 - 2q$, donc $q^* = 30$.

La production de monopole était $q = 15$. La perte de production par rapport à l'optimum social est donc $30 - 15 = 15$ unités.

Au niveau $q^* = 30$, la recette de la firme serait $R = 10 \times 30 = 300$, alors que le coût total serait $CT = 200 + 10 \times 30 = 500$. La firme subirait donc une perte de 200 euros. Pour rendre l'optimum viable, il faut une **subvention forfaitaire de 200 euros**.

PARTIE 4 :

Un individu dispose de $T = 60$ heures par semaine, réparties entre travail H et loisir L . Sa consommation est notée C , et ses préférences sont définies par:

$$U(C, L) = C + aL^{0.5} \quad \text{avec } a > 0$$

On note w le salaire horaire brut, et τ le taux de cotisations sur les revenus salariaux. Les prix à la consommation sont normalisés à 1. L'individu consomme l'intégralité de son revenu net.

On considère que le taux de cotisations peut dépendre du nombre d'heures travaillées H :

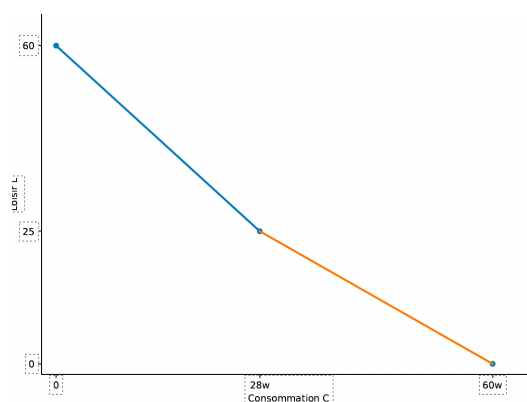
- (iii) si $H \leq 35$, alors $\tau = 20\%$
- (iv) si $H > 35$, alors $\tau = \tau_2$

3.1 Représenter précisément l'ensemble budgétaire de l'individu dans le plan (C, L) lorsque $\tau_2 = 0$.

On a $T = 60$, donc $H + L = 60$ et $H = 60 - L$.

Si $H \leq 35$, alors $\tau = 20\%$ et $C = (1 - 0,2)wH$. Donc, pour $25 \leq L \leq 60$ on a $C = 0,8w(60 - L)$.

Si $H > 35$, alors $\tau = \tau_2 = 0$ et $C = wH$. Donc pour $0 \leq L < 25$ on a $C = w(60 - L)$.



3.2 Déterminer les choix optimaux de consommation et d'offre de travail (C^*, H^*) lorsque $\tau_2 = \tau = 20\%$. En deçà de quel salaire choisit-il de travailler au plus 35 heures par semaine ?

Ici le taux est uniforme : $\tau_2 = \tau = 20\%$. L'utilité s'écrit $U(H) = 0,8wH + a\sqrt{60 - H}$.

La condition du premier ordre est : $0,8w - a/[2\sqrt{60 - H}] = 0$.

Donc $\sqrt{60 - H} = a/(1,6w) = 5a/(8w)$.

On en déduit $H^* = 60 - (5a/(8w))^2$.

Ainsi, il travaille au plus 35 heures si et seulement si $w \leq a/8$.

3.3 On suppose à présent $\tau_2 = 0$. Si l'individu avait uniquement le choix de travailler entre 36 et 60 heures par semaine, en dessous de quel salaire choisirait-il de travailler le minimum autorisé de 36 heures par semaine ?

Ici $\tau_2 = 0$, donc $C = wH$, et l'individu doit choisir H entre 36 et 60 heures travaillées.

L'utilité est donc $U(H) = wH + a\sqrt{60 - H}$, définie sur $[36, 60]$.

La dérivée vaut $U'(H) = w - a/[2\sqrt{60 - H}]$.

Comme la fonction est concave, le minimum autorisé $H = 36$ est choisi si la dérivée au point 36 est négative ou nulle.

Il faut donc : $w - a/[2\sqrt{24}] \leq 0$.

Ainsi, l'individu choisit de travailler le minimum autorisé de 36 heures lorsque $w \leq a/(4\sqrt{6})$.

On suppose dorénavant $a = 160$.

3.4 On considère toujours $\tau_2 = 0$, mais l'individu a cette fois-ci la possibilité de choisir librement son temps de travail entre 0 et 60. Quel est son choix optimal pour $w = 20$?

Sous les hypothèses $a = 160$, $\tau_2 = 0$ et $w = 20$, il faut comparer les optima sur les deux portions de budget.

Si $H \leq 35$, alors $C = 16H$ et $U_1(H) = 16H + 160\sqrt{60 - H}$. La condition du premier ordre donne $16 - 80/\sqrt{60 - H} = 0$, soit $\sqrt{60 - H} = 5$, donc $H = 35$. Dans cette première configuration on a donc $H_1^* = 35$, avec utilité $U_1(35) = 16 \times 35 + 160 \times 5 = 1360$.

Si $H > 35$, alors $C = 20H$ et $U_2(H) = 20H + 160\sqrt{60 - H}$. La condition du premier ordre donne $20 - 80/\sqrt{60 - H} = 0$, soit $\sqrt{60 - H} = 4$, et on obtient donc cette fois-ci $H_2^* = 44$. L'utilité correspondante est $U_2(44) = 20 \times 44 + 160 \times 4 = 1520 > 1360$.

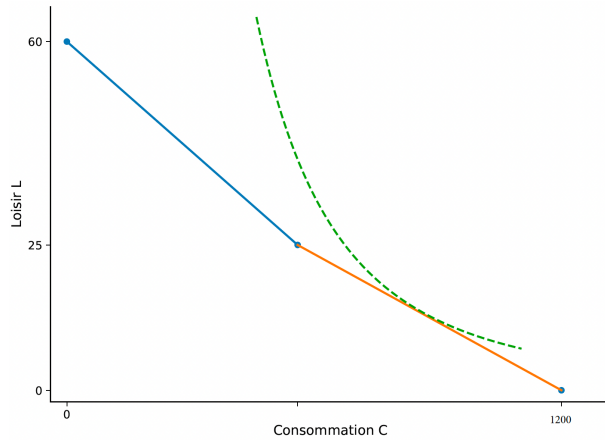
On en déduit donc que l'optimum global correspond à $H^* = 44$.

3.5 Représenter graphiquement et précisément les choix optimaux (déterminés en 3.4) dans le plan (C, L) , en reportant les valeurs obtenues pour C^* et L^* .

Dans le plan (C, L) , les deux segments budgétaires sont : $C = 16(60 - L)$ pour $25 \leq L \leq 60$, et $C = 20(60 - L)$ pour $0 \leq L < 25$.

Le point optimal trouvé en 3.4 est $(L^*, C^*) = (16, 880)$.

Il se situe sur le second segment, puisque $L^* = 16 < 25$.





CONCOURS PRÉ MASTER

RAPPORT DE CORRECTION 2026 :

Épreuve d'ÉCONOMIE

L'épreuve comportait quatre exercices, chacun avec 5 questions. Deux exercices concernaient la théorie du consommateur, et deux la théorie du producteur. Globalement le niveau d'exigence de l'épreuve a été relevé, avec des exercices nécessitant une réflexion plus importante. Les exercices 2 et 4 ont été assez discriminants entre les étudiants.

L'exercice 1 visait à étudier les choix de consommation et d'offre de travail dans une perspective intertemporelle (2 périodes). La spécificité de cet exercice est donc qu'il proposait (dans un deuxième temps) de traiter conjointement des choix de consommation et de travail, dans un cadre dynamique. Ceci permettait notamment d'illustrer que les consommateurs ont intérêt à travailler plus en première période pour augmenter leur consommation de deuxième période. Globalement cet exercice a été correctement réussi par les candidats.

L'exercice 2 portait sur les choix de demandes de facteurs du producteur, dans une configuration à 3 facteurs, où il y avait une complémentarité entre 2 de ces 3 facteurs. Une majorité d'étudiants n'a pas réussi à traiter la 2ème question de cet exercice qui faisait apparaître une contrainte de capacité sur un des facteurs, de ce fait pénalisant pour la suite de l'exercice qui nécessitait de considérer les deux régimes (contraint versus non contraint).

L'exercice 3 traitait du monopole. Ne présentant pas de difficultés particulières il a été très majoritairement réussi par les candidats.

L'exercice 4 portait sur les choix d'offre de travail, cette fois-ci dans un cadre statique, mais une configuration à 2 régimes pouvait intervenir, en lien avec la fiscalité des revenus du travail. Une majorité d'étudiants n'a pas correctement appréhendé la rupture dans la contrainte budgétaire, ce qui là aussi s'est avéré pénalisant.

Statistiques

Moyenne	10,75
Écart-type	3,42
Q1	8,5
Médiane	10,5
Q3	13
Min	2,5