Epreuves orales de spécialité
Concours EDHEC 2027

L'épreuve orale de spécialité a pour objectif d'évaluer la maîtrise des connaissances acquises au cours des deux années de classe préparatoire, la capacité du candidat à mobiliser ces connaissances de manière pertinente, à construire une argumentation rigoureuse et à s'exprimer avec clarté et précision.

Lors de son inscription au concours de l'EDHEC, le candidat choisit une matière de spécialité parmi celles enseignées dans sa filière, en complément des langues qui figurent déjà au programme de l'oral.

Afin de favoriser l'approfondissement d'une partie du programme tout en réduisant l'aléa du tirage du sujet, il indiquera au moment de son inscription pour l'oral, parmi les thèmes proposés, celui sur lequel portera le début de son interrogation.

Toutes les épreuves de spécialité reposent sur les mêmes caractéristiques générales (sous réserve d'adaptations propres à certaines matières – culture générale et mathématiques en particulier).

- une durée totale de 20 minutes ;
- une préparation de 5 minutes sur un sujet portant sur le thème choisi par le candidat (*) ;
- une première phase d'exposé ;
- une phase d'approfondissement du sujet traité ;
- une phase d'échange portant sur l'ensemble du programme.

(*) les modalités de préparation sont adaptées en mathématiques et en culture générale.

Structure commune des épreuves

Déroulement de l'épreuve

1. Préparation

Le candidat dispose de 5 minutes pour préparer sa réponse au sujet proposé par le jury.

2. Exposé

Le candidat présente son analyse ou sa résolution du sujet pendant une durée maximale de 5 minutes.

L'exposé doit témoigner :

- d'une bonne maîtrise des connaissances ;
- de la capacité à sélectionner les éléments pertinents ;
- d'une argumentation structurée ;
- d'une expression orale claire et précise.

3. Approfondissement

L’examinateur interroge le candidat sur le sujet traité afin :

- de préciser certains éléments de l’exposé ;
- d’approfondir une notion, un concept ou une méthode ;
- de vérifier la maîtrise des connaissances mobilisées ;
- d’évaluer la capacité du candidat à répondre à des questions nouvelles.

4. Entretien élargi

L’échange se poursuit par des questions portant sur d’autres parties du programme des deux années de classe préparatoire.

Cette phase permet d’évaluer l’étendue des connaissances du candidat ainsi que sa capacité à établir des liens entre les différents thèmes du programme.

Critères d’évaluation communs

Les examinateurs apprécient notamment :

- la maîtrise des connaissances ;
- la précision des définitions, concepts et raisonnements ;
- la qualité de l’argumentation ;
- la pertinence des exemples mobilisés ;
- la capacité à analyser et à mettre en perspective ;
- la réactivité face aux questions ;
- la clarté et la qualité de l’expression orale.

Lettres et philosophie - Culture Générale (toutes voies)

Précisions et particularités liées à la matière

Le candidat choisira une des entrées relatives au thème de l'année, et travaillera un exemple lui correspondant : compte tenu de la diversité des possibilités, c'est cet exemple qui constituera l'entrée en matière du candidat, au travers d'un exposé d'environ 6 à 7 minutes, et non un sujet choisi par le jury.

Il le choisira pour sa richesse et sa portée problématique, son travail personnel lui permettant à la fois d'en faire un exposé clair et de soutenir un échange à son sujet.

Les exemples peuvent être traités sous des entrées différentes : L'exemple du traitement judiciaire, mais aussi historien, du génocide Khmer, trouve sa place dans « le temps de juger », mais également sous l'entrée « condamner ».

Les entrées relatives au thème 2027, l'humanité, seront proposées par le jury entre les vacances de Toussaint et le début des inscriptions au concours (début décembre). Ce délai après la rentrée permettra aux préparationnaires d'appréhender le thème de l'année pendant leur cours avant de faire leur choix. Comme pour toutes les autres matières, l'exemple sera communiqué au moment de l'inscription pour les oraux, au mois de juin suivant.

Entrées proposées pour le thème 2027 : HUMANITÉ

- La comédie humaine
- L'humaine condition
- Humanité plurielle
- La fin de l'humanité
- La fragilité humaine
- Le crime contre l'humanité
- Aux origines de l'humanité
- L'anthropocentrisme
- L'inhumain
- Le propre de l'homme
- La solidarité
- L'animalité
- La personne
- L'anthropologie
- L'humanisme
- Faire preuve d'humanité
- La misanthropie
- L'humain et les robots
- L'humanité et le sacré

Le corps humain
La créativité humaine

Entrées proposées pour le thème 2026 : JUGER

Décider
Douter
Connaître
Délibérer
Le temps de juger
Se juger
Ne pas juger
Condamner
Le point de vue
Le goût
Le jugement dernier
L'opinion publique
Comprendre
L'équité
L'autorité du juge
L'impartialité
Le spectateur
Le regard de l'autre
L'expert

Exemples pour le thème 2026:

· La génocide khmer au Cambodge
· Le personnage de Raskolnikov dans « Crime et châtiment » de Dostoïevski
· « La chute » de Camus
· La "chasse aux sorcières" durant le maccarthysme
· La controverse de Valladolid
· « Fontaine » de Duchamp et sa réception
· « La vérité », de H.G Clouzot
· Le procès Brasillach, et son commentaire par S. De Beauvoir (Œil pour œil)
· Le jugement de Salomon
· L'affaire Rosenberg

· Les Érinyes
· Le procès de Véronèse
· Le procès Brancusi
· « Douze hommes en colère » (S. Lumet)
· « V.13 » d'E. Carrère, à propos du procès des attentats du 13 novembre
· « Triste tigre », de N. Sinno
· « Le goût des autres » d'A. Jaoui

Droit (Voie ECT)

Précisions liées à la matière : compétences évaluées à l'oral

– Savoir qualifier juridiquement une situation donnée en mobilisant les notions adéquates

– Construire un raisonnement juridique structuré (règle → application → conséquences)

– Argumenter et nuancer à partir de la règle de droit et de son évolution

– Illustrer par des exemples issus de l'actualité juridique ou de la vie des entreprises

Thèmes

1. La règle de droit et son application aux entreprises

   Règle de droit : générale, obligatoire, sanctionnée ; Droit objectif / droits subjectifs ; Personnalité juridique (personne physique / morale) ; Droits patrimoniaux et extra-patrimoniaux ; respect de la vie privée.

2. Les sources du droit

   Hiérarchie des normes ; Institutions créatrices du droit ; Jurisprudence ; Contrôle de constitutionnalité, de légalité, de conventionnalité.

3. Le règlement des litiges

   Procès équitable et principe du contradictoire ; Appel et cassation ; Juridictions spécialisées ; Médiation, arbitrage, conciliation ; Charge et modes de preuve.

4. Les libertés économiques et leurs limites

   Liberté d'entreprendre ; Liberté du commerce et de la concurrence ; Ordre public économique ; Entente illicite ; Abus de position dominante ; Contrôle des concentrations.

5. Les structures juridiques pour entreprendre

   Entreprise individuelle ; Qualité de commerçant ; SNC, SARL, SAS, SA ; Personnalité morale ; Responsabilité limitée ; Protection du patrimoine personnel.

6. Les actifs immatériels

   Brevet ; Marque ; Contrefaçon ; RGPD et données personnelles ; Concurrence déloyale ; Secret des affaires.

7. La formation du contrat

   Liberté contractuelle ; Force obligatoire du contrat. ; Bonne foi ; Conditions de validité ; Vices du consentement ; Contrats de gré à gré / d'adhésion.

8. L'adaptation et l'inexécution

   Imprévision ; Clause de renégociation ; Clause pénale ; Clause résolutoire ; Exécution forcée ; Résolution et résiliation ; Force majeure.

9. La protection du consommateur

   Consommateur ; Obligation d'information ; Droit de rétractation ; Clauses abusives ; Garantie légale de conformité ; Garantie des vices cachés.

10. La responsabilité civile extracontractuelle

    Responsabilité civile / pénale ; Responsabilité pour faute et du fait des choses ; Responsabilité de l'employeur ; Produits défectueux ; Préjudice écologique.

11. L'équilibre des relations commerciales

    Déséquilibre significatif ; Avantage sans contrepartie ; Rupture brutale des relations commerciales établies ; Protection des fournisseurs et sous-traitants.

12. La reconnaissance de la relation de travail

    Contrat de travail ; Lien de subordination ; CDI et CDD ; Pouvoir de direction ; Pouvoir disciplinaire ; Droits fondamentaux des salariés.

13. Les aménagements de la relation de travail

    Clause d'essai ; Clause de non-concurrence ; Clause de mobilité ; Modification du contrat ; Changement des conditions de travail ; Transfert d'entreprise.

14. La rupture du contrat de travail

    Licenciement personnel et licenciement économique. Démission et rupture conventionnelle ; Prise d'acte ; Transaction ; Clause de non-concurrence post-contractuelle.

Exemple de sujets :

La règle de droit est-elle une contrainte ou une protection ?

Comment concilier vie privée et contrôle de l'employeur ?

Pourquoi la hiérarchie des normes est-elle indispensable ?

Arbitrage ou justice étatique ?

Comment prouver ses droits en justice ?

Pourquoi limiter la liberté économique ?

Comment lutter contre les pratiques anticoncurrentielles ?

SAS ou SARL : comment choisir ?

Le brevet protège-t-il efficacement l'innovation ?

Le RGPD est-il une contrainte ou un atout ?

La liberté contractuelle existe-t-elle encore ?

Quel remède privilégier face à une inexécution ?

Les obligations d'information sont-elles excessives ?

Jusqu'où va la responsabilité de l'employeur ?

Le droit protège-t-il suffisamment les PME ?

Quels risques de requalification d’un contrat de travail ?

Comment distinguer modification et changement des conditions de travail ?

Quand un licenciement économique est-il justifié ?

Economie (Voie ECT)

Thèmes

1. L'activité économique : agents, production et transformations du système productif

   Besoins, ressources, agents économiques, production et transformations du système productif, PIB…

2. L'économie de marché : mécanismes et fondements institutionnels

   Offre, demande, formation des prix, équilibre de marché, élasticités…

3. Structures de marché et interactions stratégiques des firmes

   Concurrence pure et parfaite ; concurrence imparfaite : monopole, oligopole…

4. Les défaillances de marché

   Externalités positives et négatives ; biens publics et biens communs ; asymétries d'information…

5. Politique de la concurrence et régulation sectorielle

   Ententes, abus de position dominante, contrôle des concentrations ; régulation des industries de réseau ; régulation des plateformes numériques…

6. Les sources et les limites de la croissance économique

   Facteurs de production, productivité, progrès technique, capital humain, innovation…

7. Le financement de l'économie : banques et marchés financiers

   Financement direct et indirect de l'économie ; rôle des banques commerciales et de la banque centrale ; création monétaire ; marchés financiers et rôle des investisseurs

8. Fragilité financière, crises et régulation bancaire

   Bulles spéculatives, instabilité financière, crises financières et leur transmission à l'économie réelle, régulation prudentielle…

9. Repenser la croissance : soutenabilité et indicateurs alternatifs

   Limites du PIB, indicateurs alternatifs…

10. Le commerce international et la mondialisation productive

    Avantages comparatifs, libre-échange, spécialisation internationale…

11. Controverses et politiques d'adaptation à l'ouverture internationale

    Gagnants et perdants du libre-échange, protectionnisme, compétitivité…

12. Déséquilibres macroéconomiques et politiques de stabilisation

    Inflation, chômage, déficits publics…

13. Emploi, chômage et politiques du marché du travail

    Chômage conjoncturel, structurel, frictionnel, politiques de la demande et de l'offre de travail…

14. Inégalités économiques et politiques sociales
    Mesure des inégalités, redistribution, fiscalité progressive, protection…
15. Défis environnementaux et transition écologique
    Externalités environnementales, marchés de quotas (EU ETS), taxes pigouviennes…

Exemples de sujets

Les grandes transformations du système productif français depuis quarante ans?

Comment se forme le prix d'équilibre sur un marché concurrentiel, et que se passe-t-il en cas de déséquilibre entre offre et demande ?

Pourquoi dit-on que la concurrence pure et parfaite est un modèle « efficace », et pourquoi est-elle si rare dans la réalité ?

L'asymétrie d'information peut-elle empêcher un marché de bien fonctionner ?

Les grandes plateformes numériques (Google, Amazon, Meta…) posent-elles de nouveaux défis à la politique de la concurrence ?

La croissance économique profite-t-elle à tous de manière égale ?

Le système bancaire et financier finance-t-il efficacement l'économie réelle ?

Que nous a appris la crise financière de 2008 ?

La croissance économique est-elle compatible avec la préservation de l'environnement ?

Quel rôle jouent les firmes multinationales dans la mondialisation contemporaine ?

La mondialisation produit-elle nécessairement des gagnants et des perdants au sein même des pays développés ?

La flexibilité du marché du travail favorise-t-elle nécessairement l'emploi ?

Comment financer durablement la protection sociale dans un contexte de vieillissement démographique ?

Le marché du carbone (EU ETS) est-il un bon instrument pour lutter contre le changement climatique ?

Economie Sociologie Histoire (voie ECG)

Thèmes :

1. Les acteurs et les grandes fonctions de l'économie
2. La monnaie et le financement de l'économie
3. Les grands courants de la pensée économique depuis le XVIe siècle
4. Le comportement des agents et le fonctionnement du marché
5. Les fondements de la sociologie
6. La croissance économique et sa soutenabilité
7. Inégalités, stratégies et soutenabilité du développement
8. Les transformations des structures économiques et financières
9. Mobilité sociale, transformations des structures sociales et transformations démographiques et évolution des modes de vie depuis le XIXe siècle
10. Entreprise et organisations
11. L'ouverture des économies depuis le XIXe siècle et l'analyse économique des échanges internationaux
12. Régionalisation, gouvernance et régulations internationales
13. Balance des paiements, cours de change et systèmes de change
14. Globalisation financière : évolution du système monétaire depuis le XIXe siècle, constitution et fonctionnement du marché international des capitaux
15. L'intégration européenne (à l'exception de l'Europe sociale)
16. Équilibres et déséquilibres macroéconomiques : inflation, chômage, modèles IS-LM-BP et OGDG
17. Fluctuations économiques et politiques de régulation des cycles (politiques conjoncturelles)
18. Politiques structurelles et interventions de l'État face aux défaillances de marché et les contraintes auxquelles se heurtent les politiques économiques
19. Justice sociale, légitimation de l'intervention publique et les politiques de lutte contre les inégalités
20. Etat-providence et protection sociale (et Europe sociale)

Exemples de sujets :

La monnaie, un simple voile posé sur les échanges ?

Le Bitcoin est-il une monnaie ?

Le macroéconomique se déduit-il du microéconomique ?

Comment les évolutions des prix influent-elles sur les choix des consommateurs ?

Que signifie « expliquer un fait social par un autre fait social » ?

L'économie est-elle condamnée à connaître un état « semi-stationnaire » ?

Une croissance soutenable est-elle encore possible ?

Le déversement sectoriel, un processus inéluctable ?

Le développement des banques, un facteur décisif pour les révolutions industrielles ?

Quels liens entre changement climatique et consommation ?

L'ascension sociale est-elle encore possible en France ?

L'entreprise doit-elle chercher à servir l'intérêt général ?

Le retour actuel du protectionnisme : un néo-mercantilisme ?

Une monnaie peut-elle rester durablement sous-évaluée ?

Quels sont les effets positifs de la globalisation financière ?

Y a-t-il toujours à arbitrer entre inflation et chômage ?

Le changement climatique : un accélérateur de l'instabilité financière ?

Que peut encore la politique budgétaire face aux crises économiques ?

Quels sont les avantages de la redistribution ?

L'hétérogénéité des modèles sociaux en Europe : atout ou contrainte ?

Histoire Géographie Géopolitique (Voie ECG)

Thèmes

1. Le monde de 1913 à la fin de la guerre froide
2. Le monde post-guerre froide : entre ruptures et recompositions géopolitiques
3. De la croissance au développement
4. Acteurs, dynamiques et espaces de la mondialisation
5. Enjeux et défis d'un monde durable
6. La France, une puissance en mutation
7. Les dynamiques géographiques de l'intégration européenne
8. L'Union européenne et ses voisinages
9. L'Union européenne et le monde
10. Le continent africain : unité, diversité, héritages
11. L'Afrique et le développement
12. Géopolitique du continent africain : du chaos à la paix
13. Le Proche et le Moyen Orient : unité, diversité, héritages
14. Economies et sociétés au Proche et au Moyen Orient
15. Géopolitique du Proche et du Moyen Orient : une géopolitique du chaos
16. Les Etats-Unis : économie, société et puissance
17. La Chine, puissance mondiale
18. Les Amériques entre intégrations et fragmentations
19. L'Amérique latine, un laboratoire des stratégies de développement
20. L'Asie, géopolitique et géoéconomie d'une région multipolaire

Exemples de sujets :

« Paix impossible, guerre improbable ». En quoi cette formule de Raymond Aron illustre-t-elle les relations internationales depuis 1947 ?

La gouvernance mondiale : une illusion ?

Les inégalités dans le monde

Pourquoi la croissance, la croissance pour quoi ?

La territorialisation des espaces maritimes

Les grandes villes, espaces moteurs de la mondialisation ?

La malédiction des matières premières

La fin de la Françafrique

L'Union européenne, un projet d'avenir ?

Centres et périphéries dans l'Union européenne

L'Union européenne face au défi migratoire

L'Union européenne est-elle mortelle ?

Le legs de la colonisation en Afrique

Chine et Russie en Afrique

Les pays du Golfe et l'après-pétrole

L'eau et la terre au Proche et au Moyen Orient

L'Iran, un Etat-pivot ?

Les Etats-Unis et le Moyen Orient

Les Etats-Unis, laboratoire du capitalisme

Les vulnérabilités du modèle chinois

La Chine, nouvelle puissance maritime ?

Les fronts pionniers dans les Amériques

Les Etats-Unis et les Amériques

Quel bilan des stratégies de développement en Amérique latine ?

Les pays d'Asie du Sud-Est à l'épreuve de la rivalité Chine-Etats-Unis

Les Etats pivots en Asie

L'Asie centrale et les routes de la soie

Taiwan, une île rebelle ?

Management (Voie ECT)

Thèmes

1. Les finalités de l'entreprise et la création de valeur
Entreprise, finalités, missions, objectifs, performance globale, création et captation de valeur, parties prenantes, RSE, logique entrepreneuriale et managériale.

2. L'environnement stratégique
Macro-environnement (PESTEL), micro-environnement (Porter), écosystème, facteurs clés de succès, opportunités, menaces, évolution des marchés, concurrence.

3. Les ressources et l'avantage concurrentiel
Ressources tangibles et intangibles, compétences, compétences clés, chaîne de valeur, synergies, position concurrentielle, avantage concurrentiel, diagnostic interne.

4. Les choix stratégiques
DAS, portefeuille d'activités, spécialisation, diversification, recentrage, stratégies génériques (domination par les coûts, différenciation, focalisation), croissance interne, externe, internationalisation, intégration, externalisation.

5. Les modèles économiques et l'innovation
Modèle d'affaire (Business model), proposition de valeur, structure des coûts, sources de revenus, plateformes, innovation de produit, innovation de processus, innovation organisationnelle, innovation ouverte.

6. Le système d'information (SI)
Données, information, qualité de l'information, SI, système d'information, bases de données, progiciel de gestion intégrée (ERP), workflow, processus, outils collaboratifs, veille, tableaux de bord, gestion des connaissances.

7. La décision et la transformation numérique
Décision stratégique, tactique et opérationnelle, rationalité, rationalité limitée, biais cognitifs, risque, incertitude, Big Data, intelligence artificielle (IA), cybersécurité, RGPD, gouvernance et alignement stratégique du SI.

8. L'organisation et la coordination des activités
Structures organisationnelles, spécialisation, centralisation, décentralisation, formalisation, coordination, organisation par projet, organisation par processus, organisation en réseau, supply-chain, coopération, coopétition, flexibilité, productivité, efficience, efficacité, lean management.

9. Le pilotage de la création de valeur
Structure des coûts, coûts fixes et coûts variables, coûts directs et indirects, coût total d'acquisition (TCO : Total Cost of Ownership), coûts partiels, méthode ABC, coûts spécifiques, contrôle des coûts, écarts, seuil de rentabilité, marge de sécurité, levier d'exploitation.

10. La performance économique et financière
Bilan, compte de résultat, solde intermédiaire de gestion (SIG), capacité d'autofinancement (CAF), valeur ajoutée, répartition de la valeur ajoutée, rentabilité économique, rentabilité financière, communication financière, indicateurs de performance.

11. Les choix d'investissement et de financement
Bilan fonctionnel, FRNG, BFRE, BFRHE, trésorerie nette, ratios, flux nets de trésorerie, VAN, TRI, DRCI, taux d'actualisation, financement interne et externe, effet de levier.

12. Les enjeux stratégiques des ressources humaines
GRH, culture d'entreprise, marque employeur, compétences, GPEC, indicateurs RH, bilan social, masse salariale, climat social, risques psychosociaux, diversité, inclusion, employabilité.

13. La motivation et le management des hommes
Motivation, satisfaction, engagement, fidélisation, rémunération, évaluation, empowerment, styles de management, leadership, dialogue social, négociation, gestion des conflits, conduite du changement, management interculturel, télétravail, SIRH.

14. La connaissance du marché et la construction de l'offre
Études de marché, demande, comportement du consommateur, segmentation, ciblage, positionnement, cycle de vie, gamme, marque, conditionnement, politique de prix, sensibilité au prix, yield management.

15. La relation client et la performance commerciale
Communication média et hors média, communication digitale, distribution (canaux, réseaux, omnicanal), expérience client, CRM/GRC, satisfaction, confiance, fidélité, valeur vie client (CLV), attrition, datamining, marketing prédictif, rôle du vendeur.

Exemples de sujets :

Comment une entreprise peut-elle utiliser le diagnostic stratégique pour orienter ses décisions de développement ?

La localisation constitue-t-elle encore un facteur stratégique à l'ère du numérique ?

Comment un système d'information performant améliore-t-il la compétitivité d'une entreprise ?

Quels sont les défis liés à la transformation numérique des entreprises ?

La structure d'une entreprise doit-elle évoluer avec sa croissance ? Justifiez votre réponse.

Comment les outils collaboratifs renforcent-ils la coordination entre les différentes fonctions d'une entreprise ?

Comment concilier performance économique, performance sociale et performance environnementale ?

Les indicateurs financiers suffisent-ils à mesurer la réussite d'une entreprise ?

Quels sont les risques liés à un déséquilibre financier durable ?

Comment identifier les compétences dont une entreprise aura besoin demain ?

Comment le style de management influence-t-il la motivation des salariés ?

Comment les évolutions des comportements de consommation influencent-elles les décisions des entreprises ?

Comment valoriser une offre sur un marché à forte intensité concurrentielle ?

Quel est le rôle de l'innovation dans le business model des entreprises ?

Une entreprise peut-elle créer de la valeur tout en respectant son environnement ?

Mathématiques (Toutes voies)

Précisions et particularités liées à la matière :

L'examinateur pose une ou plusieurs questions focalisées sur une partie du thème choisi, puis propose au candidat un exercice sans préparation comportant au maximum 5 questions.

Le jury pourra également interroger ensuite les candidats sur un ou plusieurs des thèmes également au programme.

Les exemples de sujets proposés aux candidats sont placés en annexe.

Mathématiques appliquées (voie ECG)

Thèmes

1. Calcul matriciel, diagonalisation d'une matrice carrée, systèmes différentiels, graphes.
2. Espace vectoriel.
3. Applications linéaires, théorème du rang.
4. Fonctions d'une ou plusieurs variables réelles à valeurs dans $\mathbb{R}$.
5. Suites.
6. Séries (dans le cadre de l'étude de variables aléatoires).
7. Intégration, équations différentielles.
8. Variables aléatoires discrètes ou à densité. Variables aléatoires fonctions d'une variable aléatoire.
9. Couples de variables aléatoires discrètes, lois conditionnelles, lois marginales, covariance, corrélation linéaire.
10. Fonctions de deux ou plusieurs variables aléatoires (minimum, maximum, somme, différence, produit).
11. Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev, loi faible des grands nombres (convergence en probabilité). Estimation par intervalle de confiance.
12. Convergence en loi et théorème limite central

Exemples d'exercices :

Algèbre – *mathématiques appliquées :*

Le candidat a choisi le thème « Calcul matriciel, diagonalisation d'une matrice carrée, systèmes différentiels, graphes ».
Des questions possibles introduisant l'exercice pourraient être :

1) Donner la définition d'une valeur propre, d'un sous-espace propre d'une matrice.
2) Donner la définition de la diagonalisabilité d'une matrice. En donner une condition suffisante.

Exercice ALGÈBRE 1

On considère la matrice $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

1) a) La matrice A est-elle diagonalisable ?
   b) Vérifier sans calcul que 0 est valeur propre de A associé à un sous-espace propre de dimension 1.
   c) Montrer que A possède nécessairement deux autres valeurs propres distinctes.

2) Soit $P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Calculer AP et en déduire sans autre calcul la matrice diagonale D telle que $A = PDP^{-1}$.

3) Montrer que l'ensemble des matrices M de $M_3(\mathbb{R})$ telles que $AM = MD$ est un sous-espace vectoriel de $M_3(\mathbb{R})$. Quelle est sa dimension ?

Analyse – mathématiques appliquées :

Le candidat a choisi le thème « Suites ».
Des questions possibles introduisant l'exercice pourraient être :

1) Donner la définition d'une suite géométrique, ainsi que ses propriétés.
2) Donner la définition d'une suite récurrente. Comment trouver la limite d'une telle suite en cas de convergence ?

Exercice ANALYSE 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ par :

$$f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$$

1) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ et dresser son tableau de variations.

2) Montrer que l'on définit parfaitement une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la donnée de u_0 différent de $\frac{1}{2}$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$, valable pour tout entier naturel n.

3) On suppose que $u_0 \notin \{0,1\}$. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \notin \{0,1\}$.

On pose maintenant $v_n = 1-\frac{1}{u_n}$.

4) a) Vérifier que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bien définie et à termes strictement positifs.
   b) Écrire une relation de récurrence entre v_{n+1} et v_n.
   c) Déterminer explicitement v_n puis u_n en fonction de n puis déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Probabilités – mathématiques appliquées :

Le candidat a choisi le thème « Variables aléatoires discrètes ou à densité. Variables aléatoires fonctions d'une variable aléatoire. ».
Des questions possibles introduisant l'exercice pourraient être :

1) Donner la définition d'une densité.
2) Définition et propriétés de l'espérance et de la variance d'une variable aléatoire à densité.

Exercice PROBAS 1

On désigne par λ un réel strictement positif et on considère la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, par :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \lambda |x| \mathrm{e}^{-\lambda x^2}$$

1) a) Montrer que f est paire.

b) Établir que l'intégrale $\int_0^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x$ converge et donner sa valeur.

c) Montrer que f peut être considérée comme densité d'une certaine variable aléatoire X.

2) On pose $Y = X^2$ et on admet que Y est une variable aléatoire à densité, elle aussi définie sur l'espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

a) Déterminer la loi de Y.

b) Expliquer alors comment on peut sans calcul obtenir la valeur de $V(X)$.

Mathématiques approfondies (voie ECG)

Thèmes

1. Calcul matriciel (opérations usuelles, diagonalisation d'une matrice carrée, trace).
2. Espaces vectoriels, somme de sous-espaces vectoriels.
3. Applications linéaires, théorème du rang, diagonalisation.
4. Produit scalaire, orthogonalité, supplémentaire orthogonal, projection orthogonale.
5. Matrices et endomorphismes symétriques, matrices orthogonales.
6. Fonctions d'une ou plusieurs variables réelles à valeurs dans $\mathbb{R}$, développements limités.
7. Suites.
8. Séries.
9. Intégration.
10. Variables aléatoires discrètes ou à densité. Variables aléatoires fonction d'une variable aléatoire.
11. Couples de variables aléatoires discrètes, lois conditionnelles, lois marginales, covariance, corrélation linéaire.
12. Fonctions de plusieurs variables aléatoires (minimum, maximum, somme, différence, produit).
13. Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev, loi faible des grands nombres (convergence en probabilité).
14. Convergence en loi et théorème limite central.
15. Estimation (ponctuelle ou par intervalle de confiance).

Exemples d'exercices :

Algèbre – mathématiques approfondies :

Le candidat a choisi le thème « Applications linéaires, théorème du rang, diagonalisation ».
Des questions possibles introduisant l'exercice pourraient être :

1) Donner la définition d'une valeur propre, d'un sous-espace propre pour un endomorphisme.
2) Donner la définition et les conditions de diagonalisabilité d'un endomorphisme.

Exercice ALGÈBRE 1

On désigne par n un entier supérieur ou égal à 3, on note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, ..., e_n)$ la base canonique de $\mathbb{R}^n$ et on considère l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^n$ dont la matrice dans la base $\mathcal{B}$ est $N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \ddots & \vdots & 1 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 1 & \vdots & \ddots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) a) Justifier que les réels 0 et 1 sont valeurs propres de f et donner un minorant de la dimension du sous-espace propre $E_1(f)$ associé à la valeur propre 1.

b) Donner sans calcul la dimension de $E_1(f)$.

2) En supposant que f soit diagonalisable, donner une autre valeur propre λ de f.

3) L'endomorphisme f est-il diagonalisable ?

4) Peut-on affirmer que, quel que soit le n-uplet $(x_1, x_2, ..., x_n)$, on a $\sum_{i=2}^{n-1} x_i^2 + (x_1 + x_n)\sum_{i=1}^{n} x_i \geq 0$?

Analyse – mathématiques approfondies :

Le candidat a choisi le thème « Intégration ».
Des questions possibles introduisant l'exercice pourraient être :

1) Quand dit-on qu'une intégrale est impropre (le candidat doit penser aux deux possibilités : impropreté en $+\infty$, impropreté en $a \in \mathbb{R}$).
2) Donner les conditions de convergence d'une intégrale impropre ainsi que des exemples d'intégrales convergentes.

Exercice ANALYSE 1

1) Montrer que, pour tout réel a strictement positif, l'intégrale $\int_a^{+\infty} \frac{\cos t}{t} \mathrm{d}t$ converge.

2) a) Montrer que l'intégrale $\int_0^1 \frac{\cos t - 1}{t} \mathrm{d}t$ est convergente.

b) En déduire que $\int_a^{+\infty} \frac{\cos t}{t} \mathrm{d}t \underset{a \to 0^+}{\sim} -\ln(a)$.

3) Montrer que l'on définit bien une fonction f sur $\mathbb{R}$ en posant : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \int_1^x \frac{\sin^2 t}{t} \mathrm{d}t$.

4) Établir l'équivalent suivant : $f(x) \underset{x \to +\infty}{\sim} \frac{\ln(x)}{2}$.

Probabilités – mathématiques approfondies :

Le candidat a choisi le thème « Variables aléatoires discrètes ou à densité. Variables aléatoires fonctions d'une variable aléatoire. ».
Des questions possibles introduisant l'exercice pourraient être :

1) Donner la définition d'une variable aléatoire. Quand dit-on qu'une variable aléatoire est à densité ?
2) Donner les propriétés de l'espérance d'une variable aléatoire.

Exercice PROBAS 1

Soit Y et Z deux variables aléatoires, définies sur un même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, admettant chacune un moment d'ordre 2.

1) Montrer que $E(YZ)$ existe.

2) Donner le signe de la quantité $E\left((Y+\lambda Z)^2\right)$ puis montrer que :

$$\left(E(YZ)\right)^2 \leq E\left(Y^2\right)E\left(Z^2\right)$$

3) Soit X une variable aléatoire ayant un moment d'ordre 2 et ε un réel strictement positif.
On pose $U = \varepsilon - X + E(X)$ et on note B la variable aléatoire indicatrice de l'événement $(U > 0)$, ce qui signifie que B est la variable de Bernoulli qui prend la valeur 1 si $(U > 0)$ est réalisé et la valeur 0 sinon.

a) Justifier que l'on a : $U \leq UB$.

b) En appliquant l'inégalité de la première question aux variables U et B, montrer que l'on a :

$$P\left(X - E(X) \geq \varepsilon\right) \leq \frac{V(X)}{V(X)+\varepsilon^2}$$

c) En déduire l'inégalité de Tchebychev-Cantelli :

$$P\left(\left|X - E(X)\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{2V(X)}{V(X)+\varepsilon^2}$$

Mathématiques technologiques (Voie ECT)

Thèmes

1. Calcul matriciel, systèmes linéaires.
2. Diagonalisation.
3. Fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
4. Suites
5. Séries (dans le cadre de l'étude de variables aléatoires).
6. Intégration.
7. Variables aléatoires discrètes ou à densité. Variables aléatoires fonctions d'une variable aléatoire.
8. Couples de variables aléatoires discrètes, lois conditionnelles, lois marginales, covariance, corrélation linéaire.
9. Fonctions de deux ou plusieurs variables aléatoires discrètes ou à densité (minimum, maximum, somme, différence, produit).
10. Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev, loi faible des grands nombres

Exemples d'exercices :

Algèbre – mathématiques technologiques :

Le candidat a choisi le thème « Diagonalisation ».
Des questions possibles introduisant l'exercice pourraient être :

1) Donner la définition d'une valeur propre, d'un vecteur propre d'une matrice.
2) Donner la définition de la diagonalisabilité d'une matrice.

Exercice ALGÈBRE 1

1) Montrer que, si M est une matrice diagonalisable de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, alors M^2 est aussi diagonalisable.

On se propose dans la suite de montrer que la réciproque de cette assertion est fausse. Pour ce faire, on considère la matrice $A=\begin{pmatrix}0 & 2 & -1\\ 2 & -5 & 4\\ 3 & -8 & 6\end{pmatrix}$ et on note I la matrice identité de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

2) a) Calculer la matrice A^2 puis déterminer A^4 et en déduire les valeurs propres possibles de A.
   b) Montrer que -1 n'est pas valeur propre de A.
   c) En déduire par l'absurde que A n'est pas diagonalisable.

3) On pose $D=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$, $P=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$ et $Q=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & -1\\ -1 & 2 & -1\end{pmatrix}$.
   a) Calculer A^2P et PD.
   b) Calculer PQ, en déduire que P est inversible puis conclure que A^2 est diagonalisable.

Analyse – mathématiques technologiques :

Le candidat a choisi le thème « Intégration ».
Des questions possibles introduisant l'exercice pourraient être :

1) Donner les propriétés d'une intégrale définie.
2) Décrire la méthode d'intégration par parties.

Exercice ANALYSE 1

Pour tout entier naturel n, on pose $u_n=\int_0^1\left(1-t^2\right)^n\,\mathrm{d}t$. On a donc en particulier $u_0=1$.

1) Montrer que la suite $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ est positive et décroissante.

2) Laquelle de ces trois limites est correcte :
   ❶ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$ ❷ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$ ❸ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=+\infty$

3) a) Montrer que, pour tout $k\in\mathbb{N}^*$, on a $u_k\geq\dfrac{1}{k+1}$.
   b) En admettant que, pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on a $\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k}\geq\ln(n)$, que peut-on en déduire en ce qui concerne la série de terme général u_n ?

4) a) Établir, grâce à une intégration par parties, que, pour tout entier naturel n, on a :
$$u_{n+1}=(2n+2)(u_n-u_{n+1})$$
   b) En déduire l'égalité :
$$\forall n\in\mathbb{N},\ u_n=\frac{4^n(n!)^2}{(2n+1)!}$$

Probabilités – mathématiques technologiques :

Le candidat a choisi le thème « Variables aléatoires discrètes ou à densité ».
Des questions possibles introduisant l'exercice pourraient être :

1) Qu'est-ce que la loi d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$.
2) Donner la définition et les propriétés de l'espérance d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$.

Exercice PROBAS 1

On désigne par n un entier naturel supérieur ou égal à 2.
On note p un réel de]0, 1[et on pose $q = 1 - p$.
On dispose d'une pièce donnant "Pile" avec la probabilité p et "Face" avec la probabilité q. On lance cette pièce et on arrête les lancers dans l'une des deux situations suivantes :

- Soit si l'on a obtenu "Pile".
- Soit si l'on a obtenu n fois "Face".

Pour tout entier naturel k non nul, on note P_k (respectivement F_k) l'événement « on obtient "Pile" (respectivement "Face") au $k^{\text{ième}}$ lancer ».
On note T_n le nombre de lancers effectués et X_n le nombre de "Piles" obtenus et on admet que T_n et X_n sont des variables aléatoires.

1) a) Pour tout k élément de $[\![1, n-1]\!]$, déterminer la probabilité $P(T_n = k)$.

   b) Déterminer $P(T_n = n)$.

   c) Vérifier que $\sum_{k=1}^{n} P(T_n = k) = 1$.

   d) Établir que T_n possède une espérance, vérifier que $E(T_n) = (1-q)\sum_{k=1}^{n-1} k\,q^{k-1} + n\,q^{n-1}$ et déterminer enfin l'expression de $E(T_n)$ en fonction de q et n.

2) Donner la loi de X_n et en déduire $E(X_n)$.